

# ИССЛЕДОВАНИЕ НА МОДЕЛЯХ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ МТЗ С ПРИМЕНЕНИЕМ АДАПТИВНОГО МЕТОДА

*Кочнев В.А. (ИВМ СО РАН), Кашафутдинов О.В. (ИВМ СО РАН)*

Решением прямой задачи является нахождение импеданса (отношение ортогональных горизонтальных компонент электрического и магнитного полей) при известных сопротивлениях и мощностях [1]. Формула для вычисления приведенного импеданса следующая:

$$R(z_{m-1}) = \text{cth}(k_m h_m + \text{archth}[\sqrt{\rho_{m+1} / \rho_m} R(z_m)]) \quad (1)$$

Определив приведенный импеданс  $R$  на некоторой частоте  $\omega$  (или периоде  $T$ ) над средой, мы можем по формуле (2) найти кажущееся сопротивление  $\rho_T$  создаваемое этой средой [2].

$$\rho_T = \rho_1 |R_T|^2 \quad (2)$$

Целью обратной задачи является нахождение параметров (сопротивлений и мощностей) удовлетворяющих заданному виду кривой кажущегося сопротивления. Для создания и исследования адаптивного метода будем использовать математическую модель среды, связывающую кажущееся сопротивление (которое обозначим через  $u$ ) с параметрами модели: сопротивлениями слоев  $\rho_j$  и их мощностями  $h_j$ .

Следуя адаптивному методу [3], предполагаем, что нам известны: 1) Средняя квадратическая погрешность каждого  $i$ -го измерения, создающая вектор из  $\sigma_{ui}$ ; 2) Вектор начальных приближений из неизвестных  $x_{0j}$ ; 3) Вектор из погрешностей неизвестных  $\sigma_{xj}$ .

Невязкой  $\Delta u$  называется разность между фактическим значением функции  $u$  и прогнозным  $\bar{u}$ . Невязка представляется в виде:

$$\Delta u_i = u_i - \bar{u}_i \quad (3)$$

Величина невязки в общем случае обусловлена следующими причинами: 1) Отклонениями прогнозных значений  $\bar{x}_j$ , от истинных  $x_j$ ; 2) Ошибками измерения  $u_i = u_i^* + \xi_i$ ; 3) Неадекватностью физической модели.

Полагая что присутствуют только причины 1 и 2 представим невязку в виде:

$$\Delta u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \Delta x_j + \dots + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \xi_i = a_{i1} \Delta x_1 + \dots + a_{ij} \Delta x_j + \dots a_{in} \Delta x_n + \Delta x_0 \quad (4)$$

В адаптивном методе осуществляется многократное, последовательное уточнение неизвестных. При переходе к следующему уравнению в качестве априорных будут использоваться уточненные значения параметров и их уточненные дисперсии. Производные уравнений находятся численно и пересчитываются после каждой итерации.

Исследовательские эксперименты проводились следующим образом. Для заданной модели и набора периодов ( $T$ ) решалась прямая задача. Далее проводилась серия экспериментов предполагая какие-то параметры известными, а какие-то нет.

В данной работе описываются две серии экспериментов решения обратной задачи на трехслойной модели при разных параметрах среднеквадратических погрешностей функций ( $S_u$ ) и среднеквадратических погрешностях параметров ( $S_x$ ). В первой серии (таблица А) известными предполагались мощности, а во второй серии (таблица Б) известны сопротивления. Показателем качества решения является среднеквадратическое отклонение (СКО) исходной и рассчитанной кривой. Каждая серия включает в себя 120 экспериментов образующих матрицу  $12 \times 10$ . По значениям СКО построена карта качества решения в виде изолиний (рис.1А и 1Б).

Анализируя карты видим принципиальное отличие результатов. Если в варианте Б почти все исследуемое пространство находится в области оптимума (ограничим его областью  $<0.2$ ), то в варианте А область оптимума является очень узкой.

Таблица А. Известны сопротивления слоев и неизвестны их мощности;

Название параметра	Модельное значение	Начальное приближение	Sx
Сопротивление 1-го слоя	1 Ом*м	1 Ом*м	0
Сопротивление 2-го слоя	1000 Ом*м	1000 Ом*м	0
Сопротивление 3-го слоя	1 Ом*м	1 Ом*м	0
Мощность 1-го слоя	500 м	4000 м	100-6000
Мощность 2-го слоя	5000 м	8000 м	100-6000

Таблица Б. Неизвестны сопротивления слоев и известны их мощности.

Название параметра	Модельное значение	Начальное приближение	Sx
Сопротивление 1-го слоя	1 Ом*м	300 Ом*м	100-6000
Сопротивление 2-го слоя	1000 Ом*м	3000 Ом*м	100-6000
Сопротивление 3-го слоя	1 Ом*м	200 Ом*м	100-6000
Мощность 1-го слоя	500 м	500 м	0
Мощность 2-го слоя	5000 м	5000 м	0

Возьмем значения  $S_u$  и  $S_x$  из оптимальной области и вне её, решим обратную задачу для этих погрешностей и сравним с модельной кривой кажущегося сопротивления.

Пусть  $S_u = 0,1$ ,  $S_x = 2000$  (значения из оптимальной области), при этих значениях величина среднеквадратической ошибки равна 0,0224, и кривые кажущегося сопротивления, построенные на подобранных параметрах ( $h_1=505,45$ ;  $h_2=5054,02$ ) и модельных параметрах ( $h_1=500$ ;  $h_2=5000$ ) почти совпадают. Невязка по итерациям имеет следующие значения.

Итерация	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Невязка	0,2126	0,2107	0,1830	0,0992	0,0229	0,0109	0,0077	0,0062	0,0053	0,0047

Возьмем значения вне оптимальной области, пусть  $S_u = 0,4$ ,  $S_x = 4000$ , при этих значениях величина среднеквадратической ошибки равна 0,3734, и кривые кажущегося сопротивления, построенные на подобранных ( $h_1=601,16$ ;  $h_2=5964,50$ ) и модельных параметрах ( $h_1=500$ ;  $h_2=5000$ ) имеют следующий вид (рис. 2(А)). Невязка имеет следующие значения.

Итерация	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Невязка	0,2491	0,2391	0,2288	0,2285	0,2204	0,2134	0,1807	0,1393	0,1079	0,0855

В варианте Б характер уточнения исследуем при  $S_u = 0,3$ ,  $S_x = 1000$  (значения из оптимальной области), при этих значениях величина среднеквадратической ошибки равна 0,0121, и кривые кажущегося сопротивления, построенные на подобранных ( $\rho_1 = 0,9933$ ;  $\rho_2 = 2999,41$ ;  $\rho_3 = 1,0078$ ) и модельных параметрах ( $\rho_1 = 1$ ;  $\rho_2 = 1000$ ;  $\rho_3 = 1$ ) почти совпадают. Невязка имеет следующие значения.

Итерация	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Невязка	0,0348	0,0271	0,0214	0,0176	0,0150	0,0131	0,0116	0,0104	0,0095	0,0087

Вне оптимальной области, при  $S_u = 1,0$ ,  $S_x = 500$ , величина СКО равна 0,2936, и соответствующие кривые на подобранных параметрах ( $\rho_1 = 0,8902$ ;  $\rho_2 = 2999,80$ ;  $\rho_3 = 1,1457$ ) и модельных параметрах имеют следующий вид (рис. 2(Б)). Невязка по итерациям:

Итерация	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Невязка	0,3185	0,3072	0,2778	0,2488	0,2234	0,2019	0,1856	0,1838	0,1685	0,1555

Проведенные эксперименты показывают существование оптимума в пространстве  $S_u$  и  $S_x$ . Этот результат следует учитывать при дальнейшем исследовании решения обратной задачи МТЗ. Оптимальные области могут находиться через моделирование ситуаций, как в данной работе.

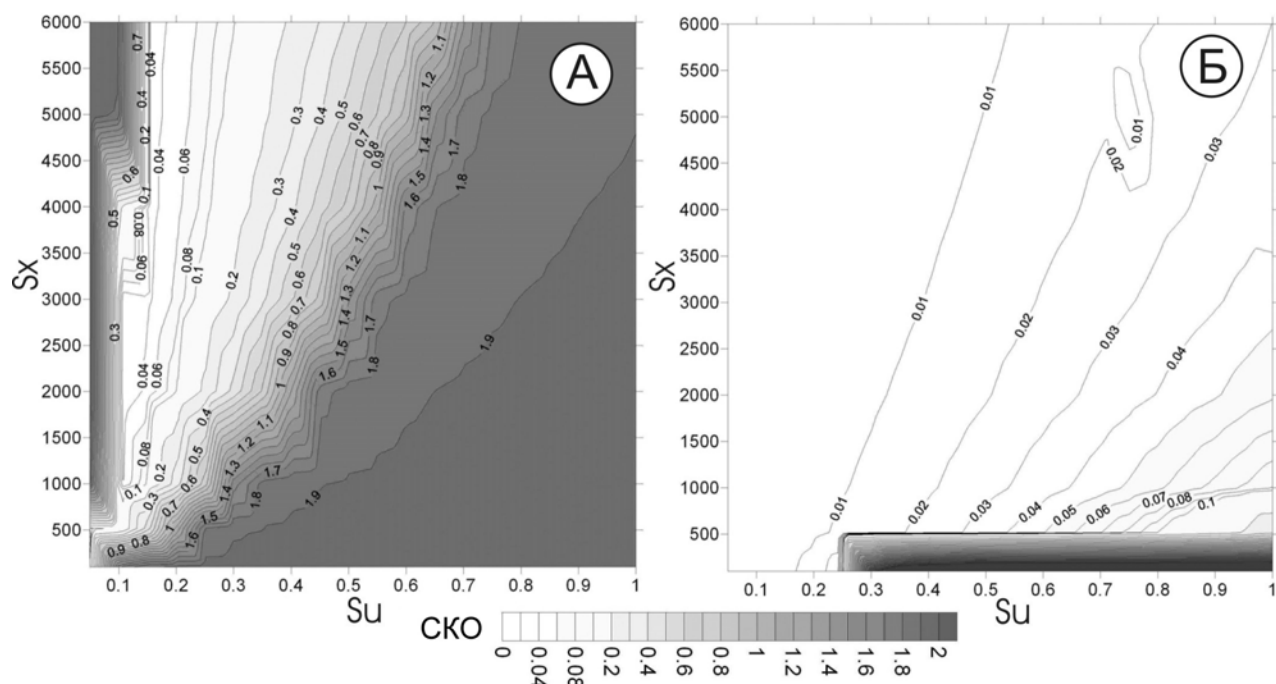


Рис.1. Среднеквадратическое отклонение (СКО) исходной и подобранной кривых при разных  $S_u$  и  $S_x$  (А – известны сопротивления слоев и неизвестны их мощности, Б – неизвестны сопротивления слоев и известны их мощности)

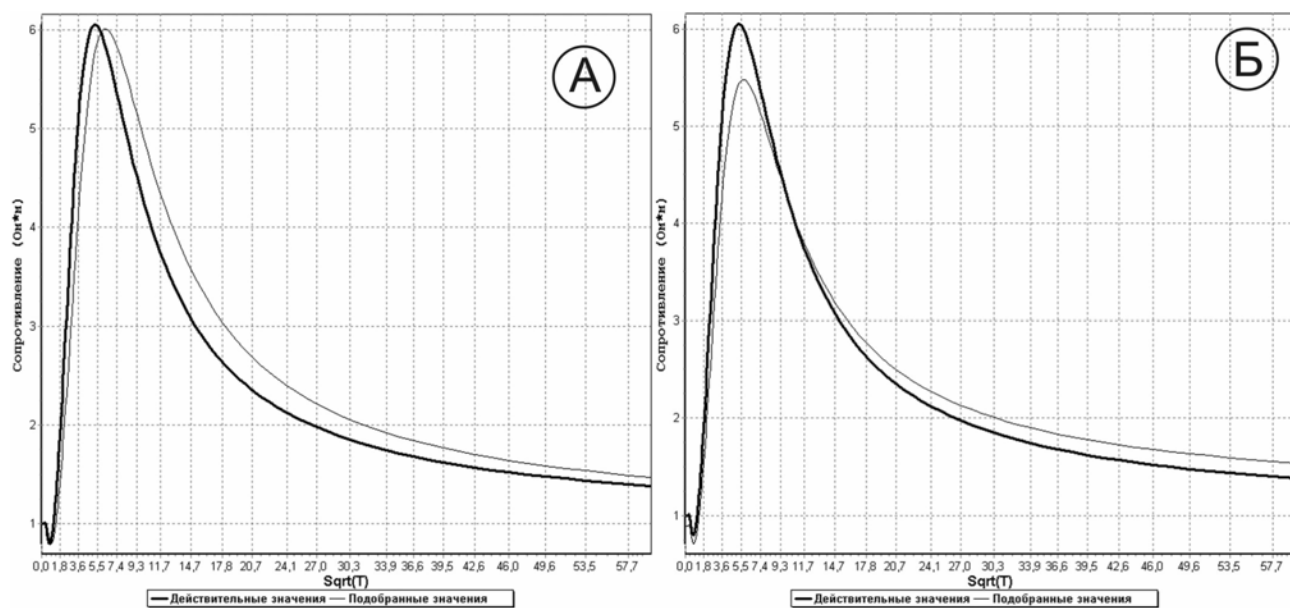


Рис. 2. Кривые кажущегося сопротивления, рассчитанные на модельных и подобранных на склоне оптимальной области параметрах (А – известны сопротивления слоев и неизвестны их мощности, Б – неизвестны сопротивления слоев и известны их мощности)

#### Список использованной литературы

1. Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. “Магнитотеллурическое зондирование горизонтально-однородных сред”. Москва, Недра, 1992.
2. М.С. Жданов. «Электроразведка». Москва, Недра, 1986.
3. Кочнев В.А. Адаптивные методы решения обратных задач геофизики: Учеб. пособие: Краснояр. гос. ун-т; Красноярск, 1993. 120 с.